

2019

STATISTICS

( General )

( Probability and Distribution )

Full Marks : 60

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

*Answer either in English or in Assamese*

1. Answer the following questions as directed :

1×7=7

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ নিৰ্দেশ অনুসৰি উত্তৰ দিয়া :

(a) Define sample space.

প্ৰতিদৰ্শ সমষ্টিৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(b) In a random experiment, the outcome is not unique.

( State True or False )

এটা যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ ফলাফল কেতিয়াও একেটাই  
নহয়।

( শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখা )

( 2 )

- (c) If  $A$  and  $B$  are two mutually exclusive events, then  $P(A \cap B) = ?$   
যদি  $A$  আৰু  $B$  দুটা পৰস্পৰান্তৰ ঘটনা হয়, তেন্তে  $P(A \cap B) = ?$
- (d) What is the probability of an impossible event?  
কোনো এটা অসম্ভৱ ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা কি ?
- (e)  $n$  in Binomial distribution is also known as the \_\_\_\_\_ of the Binomial distribution.  
( Fill in the blank )  
বিনামিত বণ্টনৰ  $n$  ক ইয়াৰ \_\_\_\_\_ বুলিও জনা যায়।  
( খালী ঠাই পূৰ কৰা )
- (f) Normal distribution was first discovered by \_\_\_\_\_ in 1733.  
( Fill in the blank )  
প্ৰসামান্য বণ্টন পোনপ্ৰথমবাৰ 1733 চনত \_\_\_\_\_ আৱিষ্কাৰ কৰিছিল।  
( খালী ঠাই পূৰ কৰা )
- (g) Which one of the following relations is correct?  
তলত দিয়া সম্পৰ্ককেইটাৰ কোনটো শুদ্ধ ?  
(i)  $\mu_2 = \sigma^2$   
(ii)  $\mu_2 = \sigma$   
(iii)  $\mu_2 > \sigma^2$   
( Choose the correct answer )  
( শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা )

A9/736

( Continued )

( 3 )

2. Answer the following questions : 2×4=8  
তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :
- (a) State mathematical definition of probability.  
সম্ভাৱিতাৰ গাণিতিক সূত্ৰটো উল্লেখ কৰা।
- (b) Find the mean of Poisson distribution.  
পয়চ বণ্টনৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা।
- (c) State weak law of large numbers.  
বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নিয়মৰ সূত্ৰটো উল্লেখ কৰা।
- (d) Two dice are rolled. Find the expectation of the sum of numbers on two dice.  
দুটা লুডুগুটি নিক্ষেপ কৰা হ'ল। সিহঁতৰ পৰা পোৱা সংখ্যা দুটাৰ যোগফলৰ ওপৰত প্ৰত্যাশা উলিওৱা।
3. Answer any *three* questions : 5×3=15  
যি কোনো তিনিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :
- (a) Find mean and variance of the following distribution : 2+3=5  
তলত দিয়া বণ্টনটোৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ উলিওৱা :  
$$f(x) = y_0 \cdot x(2-x), 0 \leq x \leq 2$$
- (b) (i) Prove that  $E(X^2) \geq \{E(X)\}^2$ , where  $X$  is a random variable. 3  
প্ৰমাণ কৰা যে  $E(X^2) \geq \{E(X)\}^2$ , য'ত  $X$  এটা যাদৃচ্ছিক চলক।

A9/736

( Turn Over )

(ii) Show that for any event  $A$ ,  
 $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ . 2

দেখুওৱা যে যি কোনো ঘটনা  $A$  ব বাবে  
 $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ .

(c) Let  $X$  be a random variable with mean  $\mu$   
 and variance  $\sigma^2$ . Show that  $E(X - b)^2$  as  
 a function of  $b$ , is minimized when  $b = \mu$ . 5

ধৰা হ'ল  $X$  এটা যাদৃচ্ছিক চলক যাৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ  
 ক্ৰমে  $\mu$  আৰু  $\sigma^2$ . দেখুওৱা যে  $E(X - b)^2$ ,  $b$  ব এটা  
 ফলন ন্যূনতম হ'ব যেতিয়া  $b = \mu$  হয়।

(d) (i) If  $X$  is a random variable and  $a$  is a  
 constant, then show that—

যদি  $X$  এটা যাদৃচ্ছিক চলক হয় আৰু  $a$  এটা  
 ধ্ৰুৱক, তেন্তে দেখুওৱা যে—

$$(1) E[a\psi(X)] = aE[\psi(X)];$$

$$(2) E[\psi(X) + a] = E[\psi(X)] + a;$$

where  $\psi(X)$  is a function of  $X$ . [ য'ত  
 $\psi(X)$  হৈছে  $X$  ব এটা ফলন।] 2

(ii) If  $P(x) = \begin{cases} \frac{x}{15}, & x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$

যদি  $P(x) = \begin{cases} \frac{x}{15}, & x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ 0, & \text{অন্যথা} \end{cases}$

find (উলিওৱা)—

$$(1) P\{X = 1 \text{ or } 2\};$$

$$(2) P\{\frac{1}{2} < X < \frac{5}{2} \mid X > 1\}. \quad 1+2=3$$

(e) Ten coins are thrown simultaneously.  
 Find the probability of getting at least  
 seven heads. 5

দহোটা মুদ্ৰা একেলগে নিক্ষেপ কৰা হ'ল। অতি কমেও  
 সাতোটা মুণ্ড পোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

4. Answer any three questions :  $10 \times 3 = 30$   
 যি কোনো তিনিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) (i) Show that for normal distribution  
 Mean = Median = Mode 8

দেখুওৱা যে প্ৰসামান্য বন্টনৰ বাবে

মাধ্য = মধ্যমা = বহুলক

(ii) Write any two characteristics of  
 normal distribution. 2  
 প্ৰসামান্য বন্টনৰ যি কোনো দুটা লক্ষণ লিখা।

(b) A man with  $n$  keys wants to open his  
 door and tries the keys independently  
 and at random. Find the mean and  
 variance of the number of trials required  
 to open the door (i) if unsuccessful keys  
 are not eliminated from further selection  
 and (ii) if they are.  $5+5=10$

এজন মানুহে হাতত থকা  $n$  টা চাবিৰে তেওঁৰ ঘৰৰ  
 দুৰাৰখন স্বতন্ত্ৰ আৰু যাদৃচ্ছিক প্ৰক্ৰিয়াৰে খুলিব  
 বিচাৰিছে। এই দুৰাৰ খোলা প্ৰক্ৰিয়াটোত প্ৰয়োজন হোৱা  
 অভিপ্ৰয়োগসমূহৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা যদিহে  
 (i) অকৃতকাৰ্য হোৱা চাবিকেইটা পৰৱৰ্তী পৰীক্ষাত  
 আঁতৰাই পেলোৱা নহয় আৰু (ii) আঁতৰাই পেলোৱা  
 হয়।

- (c) (i) State Chebyshev's lemma and its applications. 3  
 চেবাইচেফৰ প্ৰমেয়িকাৰ উল্লেখ কৰা আৰু ইয়াৰ প্ৰয়োগ লিখা।
- (ii) Two urns contain respectively 5 black, 4 white and 10 black, 9 white balls. One ball is transferred from first urn to second urn and then a ball is drawn from the second urn. Find the probability that the ball selected from the second urn is white. 5  
 দুটা পাত্ৰত ক্ৰমে 5টা ক'লা, 4টা বগা আৰু 10টা ক'লা, 9টা বগা বল আছে। প্ৰথম পাত্ৰটোৰ পৰা দ্বিতীয়টোলৈ এটা বল স্থানান্তৰ কৰি দ্বিতীয়টোৰ পৰা এটা বল লোৱা হ'ল। বলটো বগা হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?
- (iii) Fill in the blanks : 2  
 খালী ঠাই পূৰ কৰা :  
 In normal distribution  
 প্ৰসামান্য বণ্টনত  
 $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = \underline{\hspace{2cm}}$   
 $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = \underline{\hspace{2cm}}$   
 $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = \underline{\hspace{2cm}}$

- (d) (i) Under what conditions Binomial and Poisson distributions tend to normal distribution? 4  
 কি কি চৰ্ত সাপেক্ষে দ্বিপদ আৰু পয়ট বণ্টন প্ৰসামান্য বণ্টনৰ কাষ চাপে?
- (ii) It is 8 : 5 against the wife who is 40-years-old living till she is 70 and 4 : 3 against her husband now 50 living till he is 80. Find the probability that—  
 (1) both will be alive;  
 (2) none will be alive;  
 (3) only wife will be alive;  
 (4) only husband will be alive;  
 (5) only one will be alive;  
 (6) at least one will be alive. 6  
 30 years hence.  
 দিয়া আছে বৰ্তমান 40 বছৰ বয়সৰ পত্নী এগৰাকী, 70 বছৰ বয়সলৈ জীয়াই থকাৰ অনুপাত 8 : 5. আনহাতে বৰ্তমান তেওঁৰ 50 বছৰ বয়সৰ পতি 80 বছৰ বয়সলৈ জীয়াই থকাৰ অনুপাত হৈছে 4 : 3. 30 বছৰৰ পাছত তলত দিয়া ঘটনাসমূহৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা :  
 (1) পতি, পত্নী দুয়োগৰাকী জীয়াই থাকিব  
 (2) পতি আৰু পত্নীৰ কোনো এজনো জীয়াই নাথাকিব  
 (3) কেৱল পত্নীহে জীয়াই থাকিব

- (4) কেৱল পতিহে জীয়াই থাকিব  
 (5) কেৱল এজনহে জীয়াই থাকিব  
 (6) অতিকমেও যি কোনো এজনহে জীয়াই থাকিব

- (e) (i) *A* and *B* are two weak students of Statistics and their chances of solving a problem correctly in statistics are  $\frac{1}{6}$  and  $\frac{1}{8}$  respectively. If the probability of their making a common error is  $\frac{1}{525}$  and they obtain the same answer, find the probability that their answer is correct.

5

*A* আৰু *B* পৰিসংখ্যা বিজ্ঞানৰ দুজন দুৰ্বল ছাত্ৰ আৰু তেওঁলোকৰ পৰিসংখ্যা বিজ্ঞানৰ এটা অনুশীলন শুদ্ধভাৱে সমাধান কৰাৰ সম্ভাৱিতা যথাক্ৰমে  $\frac{1}{6}$  আৰু  $\frac{1}{8}$ . যদি দুয়োজনৰে একেটা ভুল কৰাৰ সম্ভাৱিতা  $\frac{1}{525}$  হয় আৰু দুয়োজনে একেটা উত্তৰেই পায়, তেন্তে দুয়োজনৰে উত্তৰ শুদ্ধ হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান ?

- (ii) Define probability mass function and probability density function. Write the probability density function of normal distribution.  $2+2+1=5$

সম্ভাৱিতা ভাৰ ফলন আৰু সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্ৰসামান্য বণ্টনৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনটো লিখা।

\*\*\*