

2 0 1 9

MATHEMATICS

(General)

Paper : 5.2

(Numerical Methods and
Spherical Astronomy)

Full Marks : 80

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

Answer either in English or in Assamese

GROUP—A / বিভাগ—ক

(Numerical Methods)

(Marks : 30)

1. Answer the following questions : $1 \times 4 = 4$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

(a) What is the $(n + 1)$ th order difference of the n th degree polynomial?

n তম মাত্ৰাৰ বহুপদ বাশিৰ $(n + 1)$ তম ক্ৰমৰ অন্তৰ কি হ'ব?

(2)

(b) Write down Newton's forward interpolation formula.

নিউটনৰ অগ্রগামী অন্তৰ্বেশন সূত্রটো লিখা।

(c) When is Newton's divided difference formula used?

নিউটনৰ বিভাজিত অন্তৰ্বেশন সূত্রটো কেতিয়া ব্যৱহাৰ কৰা হয়?

(d) Evaluate Δe^x .

Δe^x নিৰ্ণয় কৰা।

2. Answer the following questions : $2 \times 3 = 6$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

(a) Show that $E\Delta \equiv \Delta E$.

দেখুওৱা যে $E\Delta \equiv \Delta E$.

(b) Evaluate (মান নিৰ্ণয় কৰা) :

$$\Delta^2 e^{ax+b}$$

(c) Construct a divided difference table from the following data :

তলত দিয়া তালিকাৰ পৰা এখন বিভাজিত অন্তৰ্বেশন টেবুল গঠন কৰা :

x	-1	1	2	3
y	-21	15	12	3

(3)

3. (a) Evaluate (মান নিৰ্ণয় কৰা) : $2+3=5$

(i) $\Delta \log x$

(ii) $\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)x^3$

Or / অথবা

Determine the function whose first difference is $9x^2 + 11x + 5$. 5

তলত দিয়া প্ৰথম অন্তৰ্বেশন পৰা ফলনটো নিৰ্ণয় কৰা :

$$9x^2 + 11x + 5$$

(b) State and prove Lagrange's interpolation formula. 5

লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্রটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

Or / অথবা

Using Newton's formula for interpolation, find the number of workers getting daily wages between ₹ 100 and ₹ 150 from the following table :

নিউটনৰ অন্তৰ্বেশন সূত্রৰ দ্বাৰা তলৰ তালিকাৰ পৰা 100 টকা আৰু 150 টকাৰ ভিতৰত দৈনিক মজুৰী পোৱা শ্ৰমিকৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা :

Wages (in ₹) মজুৰী (টকাত)	No. of workers শ্ৰমিকৰ সংখ্যা
0-100	9
100-200	30
200-300	35
300-400	42

(4)

4. Answer either (a) or (b) of the following questions :

তলত দিয়া প্রশ্নবোৰৰ (a) অথবা (b)ৰ উত্তৰ লিখা :

(a) (i) Obtain cube root of 10 to 4 decimal places using Newton-Raphson method. 5

নিউটন-ৰাফছন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি 4 দশমিক স্থানলৈ 10ৰ ঘনমূল উলিওৱা।

(ii) Find a root of the equation $x^3 - 4x - 9 = 0$ using the bisection method in three stages. 5

দ্বিখণ্ড পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি $x^3 - 4x - 9 = 0$ সমীকৰণৰ মূল তৃতীয় স্তৰলৈ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Find the root of the equation $x^4 - x - 10 = 0$ which is nearer to $x = 2$ to 3 places of decimal. 10

$x^4 - x - 10 = 0$ সমীকৰণৰ $x = 2$ ৰ নিকটবৰ্তী মূলটো 3 দশমিক স্থানলৈ উলিওৱা।

(5)

GROUP—B / বিভাগ—খ

(Spherical Astronomy)

(Marks : 50)

5. Answer the following questions : 1×6=6

তলত দিয়া প্রশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

(a) Define spherical triangle.

গোলকীয় ত্ৰিভুজৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(b) Write True or False :

শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখা :

Any two sides of a spherical triangle are together less than the third side.

গোলকীয় ত্ৰিভুজৰ যি কোনো দুটা বাহুৰ সমষ্টি তৃতীয় বাহুতকৈ সৰু।

(c) Write the relations that the sides of the polar triangle are supplements of the angles of the primitive triangle.

ঋক্ষীয় ত্ৰিভুজৰ বাহু তাৰ প্ৰাথমিক ত্ৰিভুজৰ কোণৰ পৰিপূৰক হোৱাৰ সম্বন্ধটো লিখা।

(d) State the sine formula related to a spherical triangle.

এটা গোলকীয় ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত চাইন (sine)ৰ সূত্ৰটো লিখা।

(6)

(e) Define altitude of a heavenly body.

জ্যোতিষ্ক এটাৰ উন্নতাংশ (altitude)ৰ সংজ্ঞা
লিখা।

(f) What is the latitude of the sun?

সূৰ্যৰ অক্ষাংশ কিমান ?

6. (a) In an equilateral spherical triangle ABC, prove that

$$\cos A = \frac{\cos a}{1 + \cos a} \quad 2$$

এটা সমবাহু গোলকীয় ত্ৰিভুজ ABCৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰমাণ
কৰা যে

$$\cos A = \frac{\cos a}{1 + \cos a}$$

(b) Show that right ascension α and
declination δ of the sun are always
connected by the equation

$$\tan \delta = \tan \epsilon \sin \alpha \quad (\epsilon = \text{obliquity}) \quad 2$$

যদি সূৰ্যৰ বিষুৱাংশ α আৰু বিষুৰ লম্ব δ হয়, দেখুওৱা
যে

$$\tan \delta = \tan \epsilon \sin \alpha \quad (\epsilon = \text{ক্রান্তিকোণ})$$

(7)

7. (a) In a spherical triangle ABC, prove
that

$$\cos a = \cos b \cos C + \sin b \sin c \cos A \quad 5$$

এটা গোলকীয় ত্ৰিভুজ ABCৰ বাবে প্ৰমাণ কৰা যে

$$\cos a = \cos b \cos C + \sin b \sin c \cos A$$

Or / অথবা

Prove that the sum of the three angles
of a spherical triangle is greater than
two right angles but less than six
right angles.

প্ৰমাণ কৰা যে এটা গোলকীয় ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ
সমষ্টি দুই সমকোণতকৈ ডাঙৰ কিন্তু ছয় সমকোণতকৈ
সৰু।

(b) If the right ascension of a star is
equal to latitude, show that longitude
is equal to declination. 5

এটা জ্যোতিষ্কৰ বিষুৱাংশ তাৰ অক্ষাংশৰ সমান হ'লে,
দেখুওৱা যে তাৰ দ্ৰাঘিমাংশ বিষুৰ লম্বৰ সমান হয়।

8. Answer either (a) and (b) or (c) and (d) :

(a) আৰু (b) অথবা (c) আৰু (d)ৰ উত্তৰ লিখা :

(a) If ψ is the angle which a star makes at rising with the horizon, prove that $\cos \psi = \sin \phi \sec \delta$, where ϕ being observer's latitude and δ being the declination of the star. 4

এটা তৰাই উদয়ত অনুভূমিকৰ লগত ψ কোণ কৰিলে, প্রমাণ কৰা যে $\cos \psi = \sin \phi \sec \delta$, য'ত ϕ হ'ল পর্যবেক্ষকৰ অক্ষাংশ আৰু δ হ'ল তৰাৰ বিষুৰ লম্ব।

(b) Write short notes on : 3+3=6
চমু টোকা লিখা :

(i) Morning star and evening star
শুকতৰা আৰু সন্ধ্যাতৰা

(ii) Signs of zodiac
ৰাশি চক্ৰৰ চিহ্ন

(c) If H and A be the hour angle and azimuth of a star at setting, then prove that

$$\cos H = -\tan \phi \tan \delta$$

$$\cos A = \sec \phi \sin \delta$$

where ϕ being latitude of the place and δ being declination of the star. 6

(Continued)

নক্ষত্র এটাৰ অন্তগমনত হোৱা কোণ H আৰু দিগভ্ৰাংশ A হ'লে, প্রমাণ কৰা যে

$$\cos H = -\tan \phi \tan \delta$$

$$\cos A = \sec \phi \sin \delta$$

য'ত ϕ ঠাইৰ অক্ষাংশ আৰু δ তৰাটোৰ বিষুৰ লম্ব।

(d) A circumpolar star crosses the meridian at altitude $10^{\circ}11'17''$ and $72^{\circ}15'31''$. Find the star's polar distance and the latitude of the observer. 4

এটা পৰিষ্ফৰ্তৰাই $10^{\circ}11'17''$ আৰু $72^{\circ}15'31''$ উন্নতাংশত মধ্যৰেখাক ছেদ কৰে। জ্যোতিষ্কটোৰ ধ্ৰুৱীয় দূৰত্ব আৰু পর্যবেক্ষকৰ অক্ষাংশ উলিওৱা।

9. (a) State Newton's laws of gravitation. Deduce Kepler's third law of planetary motion from it. 2+4=6

নিউটনৰ মহাকৰ্ষণ বিধিকেইটা লিখা। ইয়াৰ পৰা কেপলাৰৰ গ্ৰহগতি সন্থীয় তৃতীয় বিধি নিৰ্গমণ কৰা।

Or / অথবা

If V_1 and V_2 are linear velocities of a planet at perihelion and aphelion respectively and e is the eccentricity of the planet's orbit, then prove that

$$(1 - e)V_1 = (1 + e)V_2 \quad 6$$

যদি V_1 আৰু V_2 ক্ৰমে অনুসূৰ আৰু অপসূৰত বেগ আৰু e গ্ৰহৰ কক্ষপথত উৎকেন্দ্ৰতা হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$(1 - e)V_1 = (1 + e)V_2$$

(b) Define the following terms : 4

তলত দিয়াবোৰৰ সংজ্ঞা দিয়া :

(i) Superior planet and inferior planet

বহিঃগ্ৰহ আৰু অন্তঃগ্ৰহ

(ii) Perihelion and aphelion

অনুসূৰ আৰু অপসূৰ

10. Answer either (a) or (b) :

(a) অথবা (b)ৰ উত্তৰ কৰা :

(a) (i) Define geocentric parallax. Show that the geocentric parallax of a heavenly body varies as the sine of its apparent zenith distance. 5

ভূ-কেন্দ্ৰিক লক্ষনৰ সংজ্ঞা লিখা। দেখুওৱা যে জ্যোতিষ্কৰ ভূ-কেন্দ্ৰিক লক্ষন বস্তুটোৰ শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা বাহ্যিক দূৰত্বৰ চাইন (sine)ৰ প্ৰত্যক্ষ বিচৰণশীল।

(ii) The horizontal parallax of the moon is $57'$ and its angular distance is $31'5''$. Find the diameter of the moon in kilometers assuming the radius of the earth to be 6400 km. 5

চন্দ্ৰৰ অনুভূমিক লক্ষন $57'$ আৰু কৌণিক দূৰত্ব $31'5''$. পৃথিৱীৰ ব্যাসার্ধ 6400 km বুলি ধৰিলে চন্দ্ৰৰ ব্যাস কিলোমিটাৰত উলিওৱা।

(b) (i) Prove that the annual parallax varies as the sine of the angular distance of the sun from the star. 6

প্ৰমাণ কৰা যে বাৰ্ষিক লক্ষন এটা নক্ষত্ৰৰ পৰা সূৰ্যৰ কৌণিক দূৰত্বৰ চাইনৰ সমানুপাতিক।

(ii) If the horizontal parallax of the sun is $8''.8$ and the observed zenith distance is 60° , then find the actual zenith distance. 4

সূৰ্যৰ অনুভূমিক লক্ষন $8''.8$ প্ৰেক্ষিত নভাংশ 60° হ'লে প্ৰকৃত নভাংশ উলিওৱা।
