

2018

MATHEMATICS

Full Marks : 100

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. (a) Is $n(A - B) = n(A) - n(B)$? 1
 $n(A - B) = n(A) - n(B)$ হয়নে?
- (b) Mention the period of $\tan 2x$. 1
 $\tan 2x$ -ৰ পৰ্যায় কি হ'ব উল্লেখ কৰা।
- (c) Write the two complex cube roots of 1. 1
 1-ৰ জটিল ঘনমূল দুটা লিখা।
- (d) If ${}^nC_x = {}^nC_y$ and $x \neq y$, then $x + y = ?$ 1
 যদি ${}^nC_x = {}^nC_y$ আৰু $x \neq y$, তেন্তে $x + y = ?$
- (e) What is the sum of the cubes of first n natural numbers? 1
 প্রথম n -টা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ ঘনফলৰ সমষ্টি কিমান?

(f) Write the middle term in the expansion of $\left(\frac{x}{a} + \frac{a}{x}\right)^{10}$. 1

$\left(\frac{x}{a} + \frac{a}{x}\right)^{10}$ -ৰ বিস্তৃতিৰ মধ্যপদটো লিখা।

(g) What is the inclination of the line $y = x$? 1

$y = x$ ৰেখাডালৰ নতি কিমান?

(h) $\frac{d}{dx}(\sec^2 x - \tan^2 x) = ?$ 1

(i) Define mean deviation. 1

গড় বিচ্যুতিৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(j) What is the probability of getting 53 Sundays in a non-leap year? 1

অধিবৰ্ষ নোহোৱা বছৰ এটাত 53টা ৰবিবাৰ পোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

2. (a) Every resident of a city can speak Hindi or English. If 75% of the population speaks Hindi and 60% speaks English, then what percentage can speak both the languages? 3

এখন চহৰৰ প্ৰতিজন বাসিন্দাই হিন্দী অথবা ইংৰাজী ক'ব পাৰে। যদি 75 শতাংশই হিন্দী আৰু 60 শতাংশই ইংৰাজী ভাষা কয়, তেন্তে কিমান শতাংশ বাসিন্দাই দুয়োটা ভাষা কয়?

(b) Prove any one of the following : 3

তলৰ যি কোনো এটা প্ৰমাণ কৰা :

(i) $A \cap B \subseteq A \cup B$

(ii) $A \cap (A' \cup B) = A \cap B$

3. Define a relation. Write the relation

$$R = \{(a, b) : b+1 = 2a, a, b \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}\}$$

in roster form. 1+3

সম্বন্ধৰ সংজ্ঞা দিয়া।

$$R = \{(a, b) : b+1 = 2a, a, b \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}\}$$

সম্বন্ধটো তালিকাকৰণ পদ্ধতিৰে লিখা।

4. Prove that the function $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ so that $f(x) = 2x^2 - 1$ is one-one but not onto. 4

প্ৰমাণ কৰা যে $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ য'ত $f(x) = 2x^2 - 1$ ফলনটো একৈকী কিন্তু আচ্ছাদক নহয়।

Or / অথবা

Find the domain and range of the real function $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$. 4

$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$ বাস্তৱ ফলনটোৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ নিৰ্ণয় কৰা।

5. (a) If z_1 and z_2 are two complex numbers, then show that

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2) \quad 3$$

যদি z_1 আৰু z_2 দুটা জটিল সংখ্যা হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$$

Or / অথবা

Find the complex numbers whose square is the complex number $a + 2 + i\sqrt{3a^2 - 8a - 3}$. 3

যি জটিল সংখ্যাৰ বৰ্গ $a + 2 + i\sqrt{3a^2 - 8a - 3}$ জটিল সংখ্যাটো হয় সেই জটিল সংখ্যাবোৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) If $x = 3 + 2i$, then prove that

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 8x + 39 = 0 \quad 3$$

যদি $x = 3 + 2i$, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 8x + 39 = 0$$

6. With the help of mathematical induction, prove that the product of three consecutive natural numbers is always a multiple of 3. 4

তিনিটা ক্ৰমিক স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ গুণফল 3-ৰ গুণিতক বুলি গাণিতিক আৱেশ প্রণালীৰ সহায়ত প্রমাণ কৰা।

7. Solve the following system of inequations and represent the solutions graphically on the number line : 4

নিম্নোক্ত অসমীকৰণ প্রণালীটো সমাধান কৰা আৰু সমাধানবোৰ সংখ্যাবেখাত লৈখিকভাৱে প্রদৰ্শন কৰা :

$$2(x-1) < x+5, \quad 3(x+2) > 2-x$$

8. (a) If ${}^{m+n}P_2 = 72$ and ${}^{m-n}P_2 = 6$, then find the values of m and n . 3

যদি ${}^{m+n}P_2 = 72$ আৰু ${}^{m-n}P_2 = 6$, তেন্তে m আৰু n ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Or / অথবা

If ${}^{n+2}C_8 : {}^{n-2}P_4 = 57 : 16$, then prove that $n = 19$. 3

যদি ${}^{n+2}C_8 : {}^{n-2}P_4 = 57 : 16$, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে $n = 19$.

(b) In how many ways can the natural numbers lying between 10 and 1000 be formed with the digits 0, 3, 5, 7, 9 ? 3

0, 3, 5, 7, 9 অংককেইটাৰ সহায়ত 10 আৰু 1000ৰ মাজত থকাকৈ কিমানটা স্বাভাৱিক সংখ্যা গঠন কৰিব পাৰি ?

Or / অথবা

How many 5-member committees can be formed from 8 teachers and 3 students so that a particular teacher is always selected for each committee? 3

সদায়ে এজন শিক্ষকক প্রতিখন কমিটিৰ বাবে বাচনি কৰিলে 8 জন শিক্ষক আৰু 3 জন ছাত্ৰৰ পৰা কিমানখন 5-জনীয়া কমিটি গঠন কৰিব পাৰি ?

9. If a, b, c are in AP and a, b, d are in GP, then prove that $a, a-b, d-c$ are in GP. 4

যদি a, b, c সমান্তর প্রগতিত আৰু a, b, d গুণোত্তর প্রগতিত থাকে, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে $a, a-b, d-c$ গুণোত্তর প্রগতিত থাকিব।

Or / অথবা

Find the sum of any one of the following : 4

তলৰ যি কোনো এটাৰ সমষ্টি উলিওৱা :

(i) $1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + n(n+1)(n+2)$

(ii) $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots + 1001^2 - 1002^2$

10. (a) Show that the coefficient of x^r in the expansion of

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^n \text{ is } \frac{\binom{n}{r}}{\frac{1}{2}(n-r) \frac{1}{2}(n+r)} \quad 3$$

দেখুওৱা যে $\left(x + \frac{1}{x}\right)^n$ ৰ বিস্তৃতিত x^r ৰ সহগ

$$\frac{\binom{n}{r}}{\frac{1}{2}(n-r) \frac{1}{2}(n+r)}$$

- (b) If the first three consecutive terms in the expansion of $(1+x)^{2n}$ are in AP, then prove that $n(2n-1)x^2 - 4nx + 1 = 0$. 3

যদি $(1+x)^{2n}$ ৰ বিস্তৃতিৰ প্ৰথম তিনিটা পদ সমান্তর প্রগতিত থাকে, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে $n(2n-1)x^2 - 4nx + 1 = 0$.

11. Prove any two of the following : $2 \times 2 = 4$

তলৰ যি কোনো দুটা প্রমাণ কৰা :

(i) $\sin^2 \frac{\pi}{4} + \sin^2 \frac{3\pi}{4} + \sin^2 \frac{5\pi}{4} + \sin^2 \frac{7\pi}{4} = 2$

(ii) $\tan(45^\circ + \theta)\tan(135^\circ + \theta) = -1$

(iii) $\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 60^\circ \cdot \cos 80^\circ = \frac{1}{16}$

12. Prove any one of the following : 4

নিম্নোক্তসমূহৰ যি কোনো এটা প্রমাণ কৰা :

(i) $\sin 5A = 16 \sin^5 A - 20 \sin^3 A + 5 \sin A$

(ii) $2 \cos 11\frac{1}{4}^\circ = \sqrt{[2 + \sqrt{(2 + \sqrt{2})}]}$

(iii) $\sin A - \sin B + \sin C = 4 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}, (A+B+C = \pi)$

13. Solve any one of the following : 4

তলৰ যি কোনো এটা সমাধান কৰা :

(i) $\tan^2 \theta = 3 \operatorname{cosec}^2 \theta - 1$

(ii) $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 2$

14. (a) Find the equation of a straight line in gradient form. 3

এটা সৰলৰেখাৰ প্ৰৱণতা আকাৰৰ সমীকৰণটো নিৰ্ণয় কৰা।

(b) If the length of the perpendicular drawn from the origin to the line $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ is p , then show that $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$. 3

মূলবিন্দুৰ পৰা, $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ৰেখালৈ টনা লম্বৰ দৈৰ্ঘ্য p হ'লে দেখুওৱা যে

$$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

Or / অথবা

Find the equation of the straight line passing through the point (3, 2) and perpendicular to the line $x - 2y + 3 = 0$. 3

(3, 2) বিন্দুগামী $x - 2y + 3 = 0$ ৰেখাৰ লম্বমান ৰেখাডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

15. Answer (a) or (b) :

(a) বা (b) অংশৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Find the equation of the circle passing through the points (0, 1), (1, 0) and (1, 1). 4

(0, 1), (1, 0) আৰু (1, 1) বিন্দুগামী বৃত্তটোৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Deduce the standard equation of an ellipse. 4

উপবৃত্ত এটাৰ মানক সমীকৰণটো উলিওৱা।

16. Prove that the three points (-4, 6, 0), (2, 4, 6) and (14, 0, -2) are collinear. 4

প্ৰমাণ কৰা যে (-4, 6, 0), (2, 4, 6) আৰু (14, 0, -2) বিন্দু তিনিটা একৰেখীয়।

Or / অথবা

Find the coordinates of the centroid of the triangle whose vertices are (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) and (x_3, y_3, z_3) . 4

(x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) আৰু (x_3, y_3, z_3) শীৰ্ষবিন্দু বিশিষ্ট ত্ৰিভুজটোৰ ভৰকেন্দ্ৰৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা।

17. (a) Find the limits of any two of the following : $1\frac{1}{2} \times 2 = 3$

নিম্নোক্তবোৰৰ যি কোনো দুটাৰ সীমা উলিওৱা :

(i) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3}}{x^2 - 9}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi - x}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx}$

(iv) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} [1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2]$

(b) Find the derivatives (any two) : $2 \times 2 = 4$

অৱকলজ নিৰ্ণয় কৰা (যি কোনো দুটাৰ) :

(i) $e^x \log x$

(ii) $\frac{2x+1}{2x-1} + \log 2$

(iii) $\sin x \sin 2x$

(iv) $\log_x x + \sec \frac{\pi}{40}$

(10)

18. If the truth value of p is true (T) and that of q is false (F), then write the truth values of the following statements :

1+1+1=3

যদি p উক্তিৰ সত্যমান 'সঁচা' আৰু q উক্তিৰ সত্যমান 'মিচা' হয়, তেন্তে নিম্নোক্ত উক্তিবোৰৰ সত্যমান কি হ'ব লিখা :

(i) ' p or q '

' p বা q '

(ii) ' p and q '

' p আৰু q '

(iii) 'if p , then q '

'যদি p , তেন্তে q '

19. Find the probability of getting at least one 5 in a single throw of two dice. 4

দুটা লুডুবুগুটি এবাৰ নিক্ষেপণত অতিকমপক্ষেও এটা 5 পোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

Or / অথবা

For any two events A and B prove that

যি কোনো দুটা ঘটনা A আৰু B -ৰ বাবে প্রমাণ কৰা যে

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad 4$$

20. Calculate the standard deviation for the following distribution : 6

নিম্নোক্ত বৰ্ণনটোৰ প্ৰামাণিক (বা মানক) বিচ্যুতি গণনা কৰা :

Class (শ্ৰেণী)	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
Frequency (বাৰংবাৰতা)	3	7	12	15	8	3	2

(11)

Or / অথবা

Determine the mean deviation about median for the following distribution :

6

তলৰ বৰ্ণনটোৰ ক্ষেত্ৰত মধ্যমা সাপেক্ষে গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

Marks (নম্বৰ)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
No. of Students (ছাত্ৰৰ সংখ্যা)	6	8	14	16	4	2
